

Zad. 1-4 po 3 pkt, Zad. 5 za 8 pkt

Matematyka stosowana / Zaoczne Uzupełniające Ir.
Egzamin Termin II / Zestaw B/2017

B1. *Założenie: Krasnoludki są na świecie.* Od stu lat król Błystek według własnego widzimisię wysyła w pierwszy dzień astronomicznej wiosny jednego z trzech krasnoludków (jednych części, innych rzadziej) aby sprawdzili czy do Głodowej Wólki przyszła prawdziwa wiosna. Żagiewkę wysłał dotąd 65 razy, Sikorka 25 razy a Koszałka-Opałka 10 razy. Żagiewka potwierdza wiosnę tego dnia w 80% przypadków, Sikorek w 48% przypadków a Koszałek-Opalek w 20% przypadków. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wysłany przez króla Błystka krasnoludek (jeden z trzech wymienionych) potwierdzi nastanie wiosny w tym roku?

B2. Dla dystrybuanty danej tabelką:

| | | | | |
|------|----------------|----------|----------|---------------|
| x | $(-\infty, 1>$ | $(1, 4>$ | $(4, 6>$ | $(6, \infty)$ |
| F(x) | 0 | 0.3 | 0.8 | 1 |

oblicz wartość przeciętną EX

oblicz medianę $x_{0,5}$

oblicz prawdopodobieństwo: $P(3 < X < 7)$

B3. Sierotka Marysia i jej pies Gasio pilnują stada gąsek pod lasem. Kiedy stadko gęsi próbuje wyjść poza wyznaczony teren interweniuje pies Gasio, któremu w 75% przypadków udaje się zawrócić stadko. W pozostałych przypadkach do operacji włącza się także sierotka Marysia. Tego dnia stadko było niespokojne i trzeba je było zawracać 10 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że do akcji Marysia włączyła się co najwyżej raz (tzn. pies Gasio poradził sobie sam w co najmniej 9 przypadkach)?

B4. Dla rozkładu $N(-4, 15)$ znajdź prawdopodobieństwo $P(-10 \leq x \leq 10)$.

B5. Student opracowuje do pracy dyplomowej pomiary z 12 miesięcy pewnego wskaźnika zanieczyszczeń dane tabelą:

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| x_i | 3.2 | 4.1 | 2.9 | 1.5 | 1.7 | 1.4 | 1.2 | 1.2 | 1.9 | 2.2 | 2.4 | 2.5 |

- Oblicz wartość średnią \bar{x} i odchylenie standardowe s dla wskaźnika X
- Oblicz przedział ufności dla wartości przeciętnej μ wskaźnika zanieczyszczeń X dla poziomu ufności $1-\alpha=0.95$
- Dla $\alpha=0.05$ rozstrzygnij hipotezę: $H_0: \sigma^2 = 0.9$ wobec $H_1: \sigma^2 < 0.9$, gdzie σ^2 – wariancja wskaźnika X dla populacji

Zad. 1-4 po 3 pkt, Zad. 5 za 8 pkt

Matematyka stosowana / Zaoczne Uzupełniające Ir.
Egzamin Termin II / Zestaw B/2016

B.1. Mały Jasiu śpi sobie słodko na kocyku rozłożonym pod bukiem na polanie, nieświadom tego, że od kilku minut kocyk badają mrówki: 10 wścieklic zwyczajnych 6 zbójnic krwistych i 9 pierwomrówek łagodnych. W razie, gdy przeszkoda się ruszy pierwomrówki uciekają, atakują (gryzą) tylko w 10% przypadków. Zbójnice krwiste gryzą w takich okolicznościach w 70% przypadków a wścieklice zwyczajne w 80% przypadków. We śnie Jasiu ruszył rączką przesuwając ją po mrówce. Jakie jest prawdopodobieństwo, że mrówka go ugryzie?

B.2. Dla dystrybuanty zdefiniowanej tabelką:

| | | | | | |
|------|----------------|----------|----------|----------|---------------|
| x | $(-\infty, 1>$ | $(1, 2>$ | $(2, 4>$ | $(4, 8>$ | $(8, \infty)$ |
| F(x) | 0 | 0.1 | 0.25 | 0.6 | 1 |

- Zdefiniuj rozkład prawdopodobieństwa
- wyznacz kwantyl $x_{0.33}$
- Oblicz $P(X \leq 4)$

B.3. Na polanie występuje parę gatunków mrówek, w tym ozdobnica większa (2.5% populacji mrówek z polany).

Przez obrus rozłożony na trawie polany w ciągu kwadransa przewinęło się 175 mrówek. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na obrusie gościło 6 ozdobnic większych?

B.4 Gdy cecha X ma rozkład $N(-3,5)$ wyznacz $P(-7 < X < 7)$.

B.5. Tygodniowa kontrola w zakładzie Z wykazała następujące objętości powstających ścieków: 13.6, 15.7, 17.6, 15.3, 12.3, 14.6 i 12.4

- Oblicz wartość średnią \bar{x} i odchylenie standardowe s z próby,
 - Dla poziomu ufności $1-\alpha=0.9$ wyznacz przedział ufności dla wartości przeciętnej μ dobowej produkcji ścieków,
 - Na poziomie istotności $\alpha=0.05$ zweryfikuj hipotezę, że wartość wariancji dobowej produkcji ścieków wynosi nie mniej niż 4, tj, że $H_0 : \sigma^2 = 4$ wobec $H_1 : \sigma^2 < 4$
- Załącz, że dobowa produkcja ścieków ma rozkład normalny.

Egzamin Termin I / Zestaw A/2016

A.1. Z listu dr Watsona do Sherlocka Holmesa: *Drogi Sherlocku. Cieszę się, że po dwuletniej nieobecności wracasz na Baker Street. Pani Hudson zebrała w tym czasie 20 listów z prośbą o pomoc w tym 9 z Londynu i okolic, 10 z dalszej części kraju i 1 z zagranicy. Przeglądając notatki ze spraw prowadzonych przez Ciebie w ostatnich 10 latach sporządziłem następującą statystykę spraw, których się podjąłeś: 32 sprawy z Londynu i okolic (rozwiązanych 27), 40 spraw z dalszej części kraju (rozwiązanych 32) i 8 spraw z zagranicy (rozwiązanych 7). Zastanawiam się jakie byłoby prawdopodobieństwo rozwiązania sprawy z ostatniego listu, który leży u pani Hudson...*

Pomóż dr Watsonowi.

A.2. Dla rozkładu :

| | | | | |
|-------|------|-----|------|-----|
| x_i | -7 | -2 | 2 | 7 |
| p_i | 0.45 | 0.3 | 0.15 | 0.1 |

- wyznacz dystrybuantę
- oblicz $P(-7 < X < 2)$
- wyznacz wartość przeciętną EX

A.3. Jak wiadomo z zadania pierwszego Sherlock Holmes rozwiązuje przeciętnie 27 na 32 sprawy pochodzące z Londynu i okolic. W roku 1900 dr Watson przewiduje podjęcie się przez Sherlocka Holmesa 9 spraw z tego obszaru. Jakie jest prawdopodobieństwo, że detektyw nie rozwiąże co najwyżej 1 sprawy?

A.4. Gdy cecha X ma rozkład $N(\mu, 10)$ wyznacz μ , jeśli $P(X < 2) = 0.3821$

A.5. Zakład Z zeznał, że średnio w ciągu doby produkuje 12 hektolitrów ścieków. Tymczasem tygodniowa kontrola wykazała następujące objętości powstających ścieków (w hektolitrach) : 13.6, 15.0, 17.6, 13.9, 12.3, 14.6 i 11.0

- Oblicz wartość średnią \bar{x} i odchylenie standardowe s z próby,
- Dla poziomu ufności $1 - \alpha = 0.95$ wyznacz przedział ufności dla wariancji σ^2 dobowej produkcji ścieków ,
- Na poziomie istotności $\alpha = 0.1$ zweryfikuj hipotezę, że średnia dobowa produkcja ścieków wynosi 12 hektolitrów (tak jak podaje zakład Z) a nie więcej, tj. że

$$H_0 : \mu = 12 \quad \text{wobec} \quad H_1 : \mu > 12$$

Założ, że dobowa produkcja ścieków ma rozkład normalny.

Zad. 1-4 po 3 pkt, Zad. 5 za 8 pkt

Matematyka stosowana / Zaoczne Uzupełniające Ir.
Egzamin Termin I / Zestaw A/2017

A1. Na jesieni klientka zakupiła u ogrodnika 10 cebulek tulipanów żółtych, 15 cebulek tulipanów białych i 25 cebulek tulipanów czerwonych. Ogrodnik ostrzegł klientkę, że po cięższej zimie prawdopodobieństwo zakwitnięcia tulipanów żółtych jest równe 75%, białych 80% a czerwonych 50%. Klientka zakopała cebulki wzdłuż ścieżki a jedną wybraną losowo cebulkę zasadziła w swoim mini ogródku 6-cio letnia córeczka klientki. Zimą należy zaliczyć do tych cięższych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na wiosnę w mini ogródku zakwitnie tulipan?

A2. Dla rozkładu prawdopodobieństwa danego tabelką:

| | | | | |
|-------|------|-----|------|-----|
| x_i | -4 | 0 | 6 | 15 |
| p_i | 0.25 | 0.4 | 0.25 | 0.1 |

- oblicz wartość przeciętną EX
- wyznacz modę m_0
- oblicz prawdopodobieństwo: $P(-4 < X < 12)$

A3. Prawdopodobieństwo braku rozwoju cebulki krokusa do formy kwitnącej wynosi 5%. Ogrodnik zasadził jesienią 150 cebulek krokusów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na wiosnę ogrodnik doliczy się 145 kwitnących krokusów (tj. 5 nie zakwitnie) ?

A4. Wyznacz parametr σ rozkładu $N(-3, \sigma)$ zmiennej losowej X , jeśli wiadomo, że $P(X > -6) = 0.6179$.

A5. W roku 2016 na stacji monitoringowej Kraków-Al.Krasińskiego zanotowano następujące średnie wartości miesięczne stężenia pyłu zawieszonego PM10 (pył.o średnicach ziarenek do 10 μm) (wyniki w jednostkach $\mu\text{g}/\text{m}^3$) :

109, 60, 61, 58, 47, 34, 30, 36, 52, 49, 68, 77

Zakładając, że wszystkie miesiące mają tyle samo dni (nie różnią się liczbą dni) a rozkład danych jest rozkładem normalnym

- Oblicz średnią \bar{x} oraz odchylenie standardowe s dla roku 2016
- Oblicz przedział ufności dla wariancji σ^2 populacji dla poziomu ufności $1-\alpha=0.95$
- Wartość dopuszczalna dla średniej rocznej w przypadku PM10 to $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Dla poziomu istotności $\alpha=0.05$ zweryfikuj hipotezę $H_0 : \mu=40$ wobec $H_1 : \mu>40$ (tj. wartość dopuszczalna została przekroczona)